SVPWM 和 SPWM 的内在联系以及简化的 SVPWM 算法

吴爱国，朴成洙，杨仁刚

（中国农业大学信息与电气工程学院，北京　100083）

摘　要：SPWM 对称规则采样的波形与 SVPWM 对称七段式波形相似，其区别仅在于分配的零矢量作用时间不同。在分析 SVPWM 基本原理的基础上，由 SPWM 的调制隐函数推到出 SVPWM 的调制隐函数，并对 SVPWM 的调制隐函数进行简化分解，得出简化的 SVPWM 算法。该算法直接利用三相参考电压瞬时值计算 PWM 信号的开关状态切换时间，不需进行坐标变换、三角函数运算、扇区判断和有效矢量作用时间的计算等，因此更易于 SVPWM 的数字化实现。并通过仿真和实验证明了该算法的可行性和有效性。

关键字：SVPWM 调制隐函数；SPWM 调制隐函数；SVPWM 的简化算法

0　引言

正弦脉宽调制（SPWM）由于其算法简单、物理概念清晰等特点，已被广泛应用于逆变器中，但其直流利用率较低[1]。20 世纪 80 年代中期，一些国外学者提出基于空间矢量脉宽调制（SVPWM）方法。与 SPWM 相比，SVPWM 具有线性调制范围宽、直流电压利用率高、输出谐波小、易于数字化实现等特点[2]。于是学者们提出各种 SVPWM 算法。文献[3]是传统的 SVPWM 算法，需要进行复杂的坐标变换、三角函数运算、扇区判断、有效矢量作用时间的计算等。文献[4]提出了只需要进行坐标变换和扇区判断，并通过查表求出有效矢量作用时间的简化方法。文献[5]对 SVPWM 数字化方法作了进一步的简化，直接根据参考线电压瞬时值的正负判断扇区，用线电压求有效矢量的作用时间。但以上方法都需要经过扇区判断和有效矢量作用时间的计算，其运算繁琐。

本文通过 SPWM 对称规则采样的波形与 SVPWM 对称七段式波形相似出发，由 SPWM 的调制隐函数推到出 SVPWM 的调制隐函数，并对 SVPWM 的调制隐函数进行简化分解，得出简化的 SVPWM 算法。

2 SPWM 和 SVPWM 的内在联系

如图 1 所示，三相逆变器的 6 个开关管可形成 8 种基本电压矢量，如图 2 所示；包括 6 个有效电压矢量 $\boldsymbol{U_1} \sim \boldsymbol{U_6}$ 和两个零矢量 $\boldsymbol{U_0}$ 和 $\boldsymbol{U_7}$ 。在每一个采样周期内利用若干个基本电压矢量合成任意给定的参考电压矢量 $\boldsymbol{U}_{ref}$ 。如图 3 所示，对任意参考电压矢量 $\boldsymbol{U}_{ref}$ ，当它位于由 $\boldsymbol{U}_k$ 和 $\boldsymbol{U}_{k+1}$ 组成的扇区内时。利用两个非零电压矢量 $\boldsymbol{U}_k$ 、$\boldsymbol{U}_{k+1}$ 和两个零电压矢量 $\boldsymbol{U_0}$ 、 $\boldsymbol{U_7}$ ，合成参考电压矢量 $\boldsymbol{U}_{ref}$ 。由伏安平衡法则和平行四边形法，利用三角形的正弦定理可得两个电压矢量作用时间：

$$\begin{cases} T_k = \dfrac{\sqrt{3}\left|\boldsymbol{U}_{ref}\right| T_s}{U_{dc}} \sin(\dfrac{\pi}{3} - \gamma) \\ T_{k+1} = \dfrac{\sqrt{3}\left|\boldsymbol{U}_{ref}\right| T_s}{U_{dc}} \sin\gamma \end{cases} \tag{1}$$

式中　U_{dc} ——直流母线电压

γ —— $\boldsymbol{U}_{ref}$ 与 $\boldsymbol{U}_k$ 的夹角

T_s ——采样周期

T_k 、 T_{k+1} ——在 $\boldsymbol{U}_k$ 、 $\boldsymbol{U}_{k+1}$ 上的作用时间

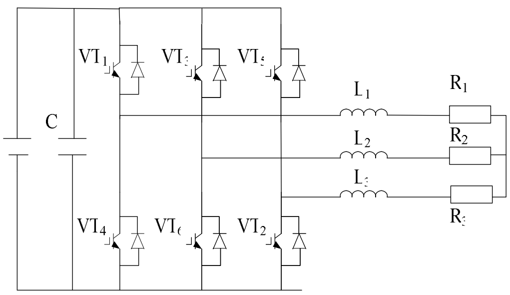

图 1：三相逆变器主电路

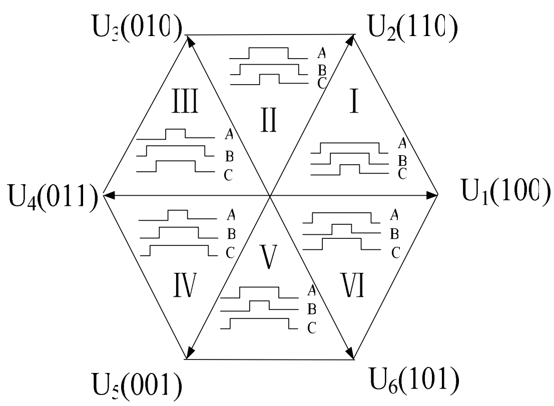

图 2：SVPWM 向量、扇区和七段式波形

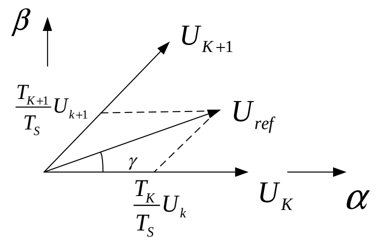

图 3：矢量的合成

由图 4 和图 5 知，对称规则采样的 SPWM 波形与 SVPWM 波形很相似，其区别仅在于分配的零矢量作用时间不同，因此可以从 SPWM 的调制隐函数推到出 SVPWM 的调制隐函数。图 4 是 SPWM 对称规则采样的波形，根据三角形相似定理可推得 SPWM 波形的脉冲宽度：

$$
\begin{aligned}
T_{da} &= T_s \frac{1+u_{ra}^*}{2} \\
T_{db} &= T_s \frac{1+u_{rb}^*}{2} \\
T_{dc} &= T_s \frac{1+u_{rc}^*}{2}
\end{aligned} \tag{2}
$$

式中 T_{da}、T_{dc}、T_{db}——A、B、C 三相的占空比

u_{ra}^*、u_{rb}^*、u_{rc}^*——A、B、C 三相调制波瞬时值

由式（2）得到 SPWM 的调制隐函数如下：

$$
\begin{aligned}
u_{ra}^* &= \frac{2\times T_{da}}{T_s} - 1 \\
u_{rb}^* &= \frac{2\times T_{db}}{T_s} - 1 \\
u_{rc}^* &= \frac{2\times T_{dc}}{T_s} - 1
\end{aligned} \tag{3}
$$

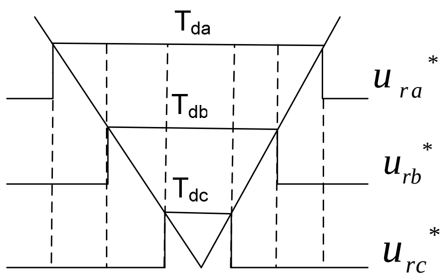

图 4：SPWM 规则采样开关信号

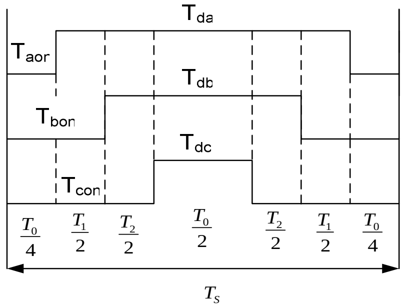

图 5：SVPWM 第 1 扇区开关信号

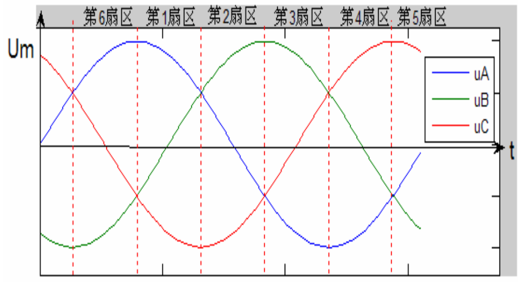

图 6：扇区的划分

图 5 为 SVPWM 七段式第 1 扇区的波形，其脉冲宽度如下：

$$
\begin{aligned}
T_{da} &= \frac{T_0}{2} + T_1 + T_2 \\
T_{db} &= \frac{T_0}{2} + T_2 \\
T_{dc} &= \frac{T_0}{2}
\end{aligned} \tag{4}
$$

由于 $T_0 = T_s - T_1 - T_2$，式（4）可表示为

$$
\begin{aligned}
T_{da} &= \frac{T_s + T_1 + T_2}{2} \\
T_{db} &= \frac{T_s - T_1 + T_2}{2} \\
T_{dc} &= \frac{T_s - T_1 - T_2}{2}
\end{aligned} \tag{5}
$$

将式（5）代入式（3）得：

$$
\begin{aligned}
U_{ra} &= \frac{T_1 + T_2}{T_s} \\
U_{rb} &= \frac{-T_1 + T_2}{T_s} \\
U_{rc} &= \frac{-T_1 - T_2}{T_s}
\end{aligned} \tag{6}
$$

图 6 为三相相电压和扇区的关系，要使合成的矢量 $\boldsymbol{U}_{ref}$ 在第 1 扇区，则 $\boldsymbol{U}_{ref}$ 和 α 轴的之间的角度为 θ，则 $\frac{\pi}{2} \le \theta < \frac{5\pi}{6}$。由式（1）知，使 $\boldsymbol{U}_{ref}$ 在第 1 扇区，则 $0 \le \gamma < \frac{\pi}{3}$。即

$$\gamma=\theta-\frac{\pi}{2} \tag{7}$$

将（7）式代入（1）式 ，推出 T_1、T_2 如下：

$$\begin{cases}T_1=\dfrac{\sqrt{3}}{4}MT_s(\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta)\\ T_2=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}MT_s\cos\theta\end{cases} \tag{8}$$

其中 U_m ——三相相电压的幅值

$M=2U_m/U_{\mathrm{dc}}$ ——M 为调制比

将（8）代入（6）式，得在 $\frac{\pi}{2}\le\theta<\frac{5\pi}{6}$ 时 SVPWM 调制隐函数 $u_{ra}{}^*$、$u_{rb}{}^*$、$u_{rc}{}^*$ 的表达式：

$$\begin{cases}u_{ra}{}^*=\dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta-\dfrac{\pi}{6})\\ u_{rb}{}^*=\dfrac{3}{2}M\sin(\theta-\dfrac{2\pi}{3})\\ u_{rc}{}^*=\dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{5\pi}{6})\end{cases} \tag{9}$$

同理可以推导出在其他扇区三相相电压的隐函数表达式：

$$u_{ra}{}^*=\begin{cases}\dfrac{3}{2}M\sin\theta & 0\le\theta<\dfrac{\pi}{6}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{\pi}{6}) & \dfrac{\pi}{6}\le\theta<\dfrac{\pi}{2}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta-\dfrac{\pi}{6}) & \dfrac{\pi}{2}\le\theta<\dfrac{5\pi}{6}\\ \dfrac{3}{2}M\sin\theta & \dfrac{5\pi}{6}\le\theta<\dfrac{7\pi}{6}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{\pi}{6}) & \dfrac{7\pi}{6}\le\theta<\dfrac{3\pi}{2}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta-\dfrac{\pi}{6}) & \dfrac{3\pi}{2}\le\theta<\dfrac{11\pi}{6}\\ \dfrac{3}{2}M\sin\theta & \dfrac{11\pi}{6}\le\theta<2\pi\end{cases} \tag{10}$$

$$u_{rb}{}^*=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta-\dfrac{\pi}{2}) & 0\le\theta<\dfrac{\pi}{6}\\ -\dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{\pi}{6}) & \dfrac{\pi}{6}\le\theta<\dfrac{\pi}{2}\\ \dfrac{3}{2}M\sin(\theta-\dfrac{2\pi}{3}) & \dfrac{\pi}{2}\le\theta<\dfrac{5\pi}{6}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta-\dfrac{\pi}{2}) & \dfrac{5\pi}{6}\le\theta<\dfrac{7\pi}{6}\\ -\dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{\pi}{6}) & \dfrac{7\pi}{6}\le\theta<\dfrac{3\pi}{2}\\ \dfrac{3}{2}M\sin(\theta-\dfrac{2\pi}{3}) & \dfrac{3\pi}{2}\le\theta<\dfrac{11\pi}{6}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta-\dfrac{\pi}{2}) & \dfrac{11\pi}{6}\le\theta<2\pi\end{cases} \tag{11}$$

$$u_{rc}{}^*=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{\pi}{2}) & 0\le\theta<\dfrac{\pi}{6}\\ \dfrac{3}{2}M\sin(\theta+\dfrac{2\pi}{3}) & \dfrac{\pi}{6}\le\theta<\dfrac{\pi}{2}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{5\pi}{6}) & \dfrac{\pi}{2}\le\theta<\dfrac{5\pi}{6}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{\pi}{2}) & \dfrac{5\pi}{6}\le\theta<\dfrac{7\pi}{6}\\ \dfrac{3}{2}M\sin(\theta+\dfrac{2\pi}{3}) & \dfrac{7\pi}{6}\le\theta<\dfrac{3\pi}{2}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{5\pi}{6}) & \dfrac{3\pi}{2}\le\theta<\dfrac{11\pi}{6}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}M\sin(\theta+\dfrac{\pi}{2}) & \dfrac{11\pi}{6}\le\theta<2\pi\end{cases} \tag{12}$$

将（10）式、（11）式、（12）式分解，得：

$$\begin{aligned}u_{ra}{}^*&=u_{ra}+u_z\\ u_{rb}{}^*&=u_{rb}+u_z\\ u_{rc}{}^*&=u_{rc}+u_z\end{aligned} \tag{13}$$

式中

$$\begin{aligned}u_{ra}&=M\sin(\omega t)\\ u_{rb}&=M\sin(\omega t-\frac{2\pi}{3})\\ u_{rc}&=M\sin(\omega t+\frac{2\pi}{3})\end{aligned} \tag{14}$$

$$u_z=\begin{cases}\dfrac{M}{2}\sin\omega t & \omega t\in[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}]\&[\dfrac{5\pi}{6},\dfrac{7\pi}{6}]\\ \dfrac{M}{2}\sin(\omega t+\dfrac{2\pi}{3}) & \omega t\in[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}]\&[\dfrac{7\pi}{6},\dfrac{3\pi}{2}]\\ \dfrac{M}{2}\sin(\omega t-\dfrac{2\pi}{3}) & \omega t\in[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{5\pi}{6}]\&[\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{11\pi}{6}]\end{cases} \tag{15}$$

而（15）式又可以表示成：

$$u_z=-\frac{1}{2}(u_{\max}+u_{\min}) \tag{16}$$

其中 $u_{\max}$、$u_{\min}$ ——分别为 u_{ra}、u_{rb}、u_{rc} 中最大值和最小值

以上分析表明，在 SPWM 对称规则采样中加入（13）式中的一个分量 u_z，可以得到和 SVPWM 完全相同的输出波形。

3 简化的 SVPWM 算法

由以上SVPWM的调制隐函数的化简形式可以得出 SVPWM 的算法。该算法是直接将 SVPWM 的调制隐函数作为调制波，再同三角载波进行比较，得出输出脉冲波形的占空比，由 SVPWM 的对称性得出开关状态切换时间。该算法直接利用三相参考电压瞬时值计算 PWM 信号的开关状态切换时间，不需进行坐标变换、三角函数运算、扇区判断和有效矢量作用时间的计算等。简化 SVPWM 算法的流程图如下：

三相输入电压	$u_A = U_m \sin(\omega t)$ $u_B = U_m \sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$ $u_C = U_m \sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi)$
三相同除以Udc/2进行归一化	$u_{ra} = M\sin(\omega t)$ $u_{rb} = M\sin(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$ $u_{rc} = M\sin(\omega t + \frac{2}{3}\pi)$
求出 $u_{ra}u_{rb}u_{rc}$最大值$u_{\max}$和最小值$u_{\min}$	$u_z = -\frac{1}{2}(u_{\max} + u_{\min})$
SVPWM的调制隐函数	$u_{ra}^* = u_{ra} + u_z$ $u_{rb}^* = u_{rb} + u_z$ $u_{rc}^* = u_{rc} + u_z$
占空比	$T_{da} = T_S \times (1 + u_{ra}^*)/2$ $T_{db} = T_S \times (1 + u_{rb}^*)/2$ $T_{dc} = T_S \times (1 + u_{rc}^*)/2$
对窄脉冲和宽脉冲进行限幅	
开关切换时间	$T_{aon} = (T_s - T_{da})/2$ $T_{bon} = (T_s - T_{db})/2$ $T_{con} = (T_s - T_{dc})/2$

4 仿真和实验结果

如图 1 所示的逆变器仿真参数为直流母线电压 U_{dc}=720V，电感 L=1mH，电阻 R=100Ω，三相指令相电压的有效值为 220V，开关周期为 100 us 。

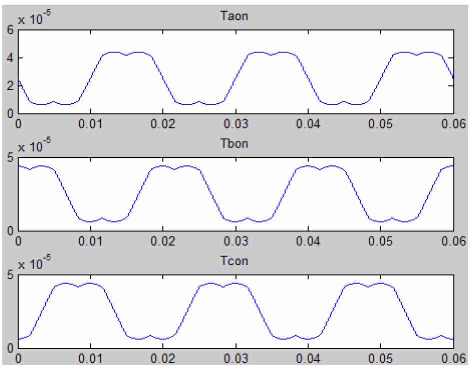

图 7：三相开关时间 Taon、Tbon、Tcon 的波形

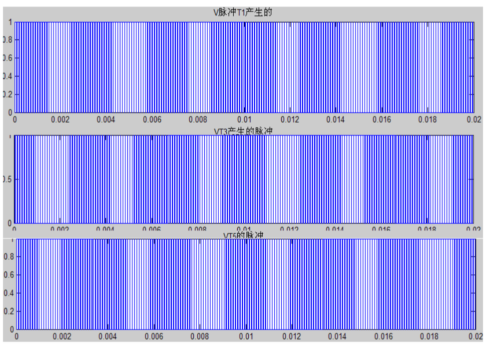

图 8：VT1、VT3、VT5 产生的脉冲

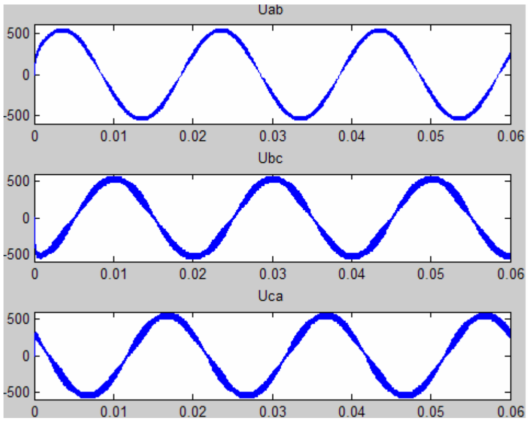

图 9：三相 UAB、UBC、UCA 线电压的波形图

实际搭建的电路如图 1，以 TMS320F2812 为控制器生成 SVPWM, 实验参数为直流母线电压 U_{dc}=50V，电感 L=26mH，电阻 R=51Ω，三相指令相电压的有效值为 20V 。

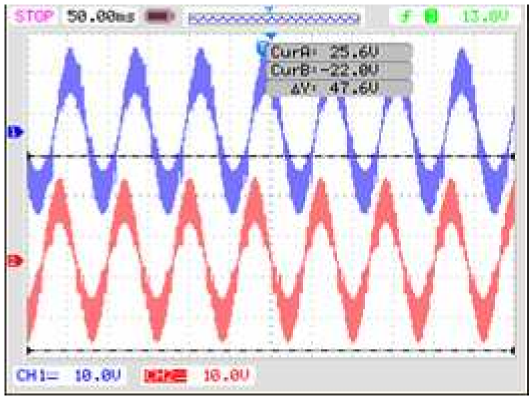

图 10：12.5HZ UAB、UCB 的波形

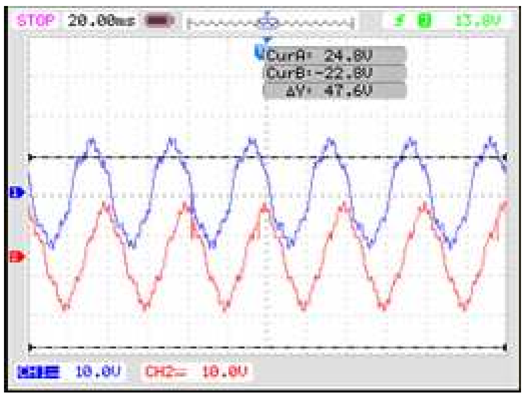

图 11：25HZ 下 UAB、UCB 的波形

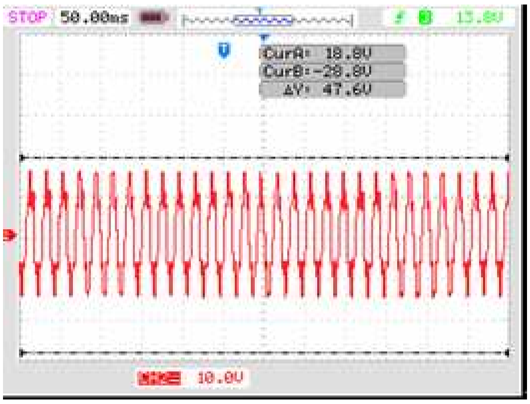

图 13：50HZ 下 UAB 的波形

5 结论

本文通过 SPWM 对称规则采样的波形与SVPWM 对称七段式波形相似出发，由 SPWM 的调制隐函数推到出 SVPWM 的调制隐函数，并对SVPWM 的调制隐函数进行简化分解，得出简化的SVPWM 算法。该算法直接利用三相参考电压瞬时值计算 PWM 信号的开关状态切换时间，不需进行坐标变换、三角函数运算、扇区判断和有效矢量作用时间的计算。并通过仿真和实验证明该算法是有效地、可行的。

参考文献

[1] 刘志辉，陈坚等。一种新颖的三相 SPWM 技术［J］。电力电子技术，1997,31（2）:1－5.

[2] 熊健，康勇等。电压空间矢量调制与常规 SPWM 的比较研究［J］。电力电子技术，1999,31（2）:25－28.

[3] 杨贵杰，孙力，崔乃政，等。空间矢量脉冲调制方法的研究［J］. 中国电机工程学报，2001，21(5)：79－83.

[4] 孙文焕，程善美，秦忆。基于 FPGA 的空间矢量 PWM 的实现[J]。电力电子技术，2003，37（6）：1－3 。

[5] 王永，沈颂华，吕宏丽，等。基于简单电压空间矢量三相逆变器的研究［J］。电工技术学报，2005，20（10）：25－29。

[7] 文小玲,尹项根等. 三相逆变器统一空间矢量 PWM 实现方法[J]。电工技术学报,2009,24(10):87~93.

[8] Keliang Zhou,Danwei Wang. Relationship Between Space-Vector Modulationand Three-Phase Carrier-Based PWM:A Comprehensive Analysis[J]. IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS. 2002,49(1).186~195.

作者简介：

吴爱国（1985-），男，安徽合肥人，汉族，硕士，主要研究方向为电力电子技术。Email：wuaigohe@163.com